

Решение задач по теме «Графы»

Задание 2. Построить граф у которого
вершины имеют следующие степени:

а) А – 7, Б – 3, С – 1

а) Все вершины нечетные и их количество нечетное.

Вспомним свойство 1 графов: Число
нечетных вершин графа – чётно.

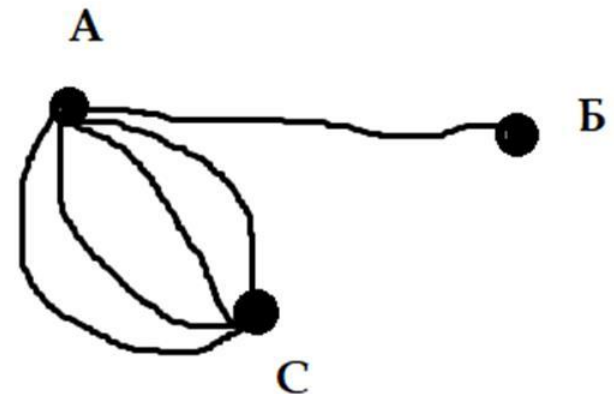
Значит, построить граф невозможно!

Задание 2. Построить граф у которого
вершины имеют следующие степени:
б) А – 5, Б – 1, С – 4.

*Нечетных вершин 2, по свойству 1 графа
построение возможно.*

- 1) Изобразим все вершины;*
- 2) Соединим вершины ребрами. Первыми
соединяем вершины с наибольшей и
наименьшей степенью.*

*Пример получившегося графа, но графы
могут иметь другой вид.*



Задание 3. Даны степени вершин графа: А – 2, Б – 5, С – 1, Д – 4. Без построения графа, определить число ребер графа.

Нечетных вершин две. Значит, граф существует.

По свойству 2, определим количество ребер:

Для того чтобы найти количество ребер в графе, надо просуммировать степени вершин и результат разделить пополам.

$$\text{Количество ребер} = \frac{2+5+1+4}{2} = 6$$

Задание 4. Можно ли организовать футбольный турнир девяти команд так, чтобы каждая команда провела по четыре встречи?

На языке графов задача звучит так: можно ли построить граф, у которого 9 вершин и степень каждой равна 4. Определим количество ребер по свойству два:

$$\frac{9 \cdot 4}{2} = 18.$$

Значит, всего будет проведено 18 игр.

Задание 5. Можно ли 15 телефонов соединить между собой так, чтобы каждый из них был связан ровно с 11 другими?

На языке теории графов задача звучит так: Можно ли построить такой граф, у которого 15 вершин и степень каждой равна 11.

По второму свойству ребер будет $\frac{15 \cdot 11}{2} = 82,5$, чего быть не может. Число должно быть натуральным.

Значит, соединить 15 телефонов указанным способом нельзя!

Задание 6. В государстве 100 городов, из каждого выходит 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве?

По второму свойству графов:

Для того чтобы найти количество ребер в графе, надо просуммировать степени вершин и результат разделить пополам.

$$\frac{100 \cdot 4}{2} = 200$$

Ответ: 200 дорог.

Задание 7. Можно ли фигуру, изображенную на рисунке, нарисовать одним росчерком? (решить с помощью графа)

Рекомендация к решению:

Определите, есть ли нечетные вершины у графа, сколько их. Используя правило:

Обход возможен:

- *ЕСЛИ все вершины – четные, и его можно начать с любого участка.*
- *ЕСЛИ 2 вершины – нечетные, но его нужно начать с одной из нечетных вершин.*

Обход невозможен :

ЕСЛИ нечетных вершин больше 2.

Сделайте вывод! (самостоятельно)

Проверь себя!

1. Построить граф у которого вершины имеют следующие степени: а) А – 9, Б – 5, С – 3
2. Построить граф у которого вершины имеют следующие степени: б) А – 7, Б – 3, С – 2.
3. Даны степени вершин графа: А – 4, Б – 3, С – 5, Д – 6. Без построения графа, определить число ребер графа.
4. Можно ли организовать футбольный турнир девяти команд так, чтобы каждая команда провела по три встречи?
5. Можно ли 15 телефонов соединить между собой так, чтобы каждый из них был связан ровно с 8 другими?